

# Probabilidades y Estadística (M)

## Clase 11/03/2016: Variables Aleatorias Continuas

1. La temperatura a la que se produce una cierta reacción química es una variable aleatoria  $\mathbf{X}$  con función de densidad

$$f(x) = c(1 + x^2)\mathbf{1}_{[-1,2]}(x)$$

- (a) Hallar  $c$ .
  - (b) Calcular la función de distribución acumulada.
  - (c) Calcular la probabilidad de que la temperatura sea superior a 1.
  - (d) En un laboratorio se producen estas reacciones de forma independiente, hasta lograr la primera reacción a temperatura mayor que 1. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera reacción a temperatura superior a uno se produzca en la quinta experiencia?
2. Sea  $X$  una variable aleatoria con densidad dada por

$$f_{\mathbf{X}}(x) = 2\theta x e^{-\theta x^2} \mathbf{1}_{(0,\infty)}(x)$$

- (a) Definimos  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}^2$ . Hallar la densidad de  $Y$
- (b) La duración en horas de cierto componente eléctrico que se produce en una fábrica es una variable aleatoria con la misma distribución que  $\mathbf{Y}$ , con  $\theta = \frac{1}{20}$ . La empresa emplea un nuevo procedimiento de fabricación de componentes, cuyo protocolo es el siguiente:  
“ a un 60% de la producción total de componentes se le aplica un proceso que aumenta un 20% la duración.”  
Sea  $\mathbf{Z}$  la duración de un componente eléctrico elegido al azar de la producción, luego de aplicar el procedimiento. Hallar la distribución de  $\mathbf{Z}$ .
- (c) Se toma un componente eléctrico de la población total luego de aplicar el procedimiento y se lo pone a funcionar, durando más de 24 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que se le haya aumentado la duración un 20% ?

3. La concentración  $\mathbf{X}$  de edulcorante en una bebida light se encuentra distribuída de manera uniforme en el intervalo  $[0, 20]$ . Se considera tóxica una concentración de 8% o más.

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de intoxicarse bebiendo solo una?
- (b) Hallar la probabilidad de que la concentración sea exactamente 10%.
- (c) Pedro prueba bebidas hasta obtener 5 que no sean tóxicas. ¿Cuál es la probabilidad de que esto ocurra en la séptima muestra?
- (d) ¿Cuál es la distribución de  $\mathbf{W} = \mathbf{1}_{[0,8]}(\mathbf{X})$ ?